

19. Андронов А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. Ч. 1. М.; Л.: ОНТИ, 1937. 460 с.
20. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория автоколебаний. М.: Физматгиз, 1959. 915 с.

А.С. ПИКОВСКИЙ, М.Т. РОЗЕНБЛЮМ

*Физический Институт, Потсдамский Университет, Германия*

## **СИНХРОНИЗАЦИЯ: ОТ НАБЛЮДЕНИЯ К ТЕОРИИ**

Слово «синхронный» часто встречается как в научной, так и в обыденной речи. Происходя от греческих слов  $\chi\rho\nu\nu\omicron\varsigma$  (хронос – время) и  $\sigma\nu\nu$  (син – тот же самый, общий), в прямом переводе «синхронный» означает «разделяющий общее время», «происходящий в то же самое время». Этот термин, как и родственные слова «синхронизация» и «синхронизованный», относится к множеству явлений, встречающихся почти во всех областях естественных наук, техники и социальной жизни, явлений, которые кажутся совершенно различными, но тем не менее подчиняются универсальным закономерностям. Если в какой-либо научной базе данных задать запрос на поиск статей, содержащих в заголовке слово с корнем «синхро», то мы получим список из сотен (если не тысяч) публикаций. Изначально эффект синхронизации был обнаружен и изучен в различных устройствах – от маятниковых часов до музыкальных инструментов, электронных генераторов, силовых электрических установок и лазеров; ему было найдено множество практических применений в инженерном деле. В наши дни «центр тяжести» исследований сместился в сторону изучения биологических систем, где синхронизация встречается на самом различном уровне. Синхронное изменение клеточных ядер, синхронная генерация потенциалов действия нейронами, подстройка сердечного ритма к дыханию и/или локомоторным ритмам, различные формы коллективного поведения животных и даже человеческих сообществ – всё это лишь некоторые примеры фундаментального явления природы.

В нашем окружении сплошь и рядом встречаются осциллирующие объекты. Системы радиосвязи и электрическое оборудование, скрипки в оркестре, светлячки, испускающие последовательности световых импульсов, стрекочущие сверчки, птницы, машущие крыльями, химические системы, демонстрирующие колебательное изменение концентрации реагентов, нервные

центры, управляющие сокращением сердца человека, и само сердце, центр патологической активности, вызывающей непроизвольное дрожание конечностей вследствие болезни Паркинсона, — эти и многие другие системы имеют общее свойство: они генерируют ритмы. Обычно эти объекты не отделены от своего окружения, а, наоборот, взаимодействуют с другими объектами; иными словами, они являются открытыми системами. Действительно, биологические часы, управляющие ритмами суточной активности (циркадными ритмами), подвержены влиянию суточного и сезонного изменения освещённости и температуры, скрипач слышит своего коллегу по оркестру, на светлячка воздействует световое излучение всей популяции, различные центры ритмической активности мозга воздействуют друг на друга и так далее.

Это взаимодействие может быть очень слабым, иногда едва заметным, но тем не менее оно часто приводит к качественному изменению состояния: объект подстраивает свой ритм, согласуя его с ритмами других объектов. В результате, скрипачи играют в унисон, насекомые в популяции генерируют световые или акустические импульсы с общей частотой, птицы в стае одновременно машут крыльями, сердце быстро галопирующей лошади сокращается один раз за каждый локомоторный цикл. *Такая подстройка ритмов за счёт взаимодействия и является сущностью синхронизации.*

## **СИНХРОНИЗАЦИЯ: ПЕРВЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ**

Голландский ученый Христиаан Гюйгенс, наиболее известный своими работами по оптике и конструкцией телескопа и часов, был, по всей видимости, первым исследователем, наблюдавшим и описавшим явление синхронизации ещё в XVII в. Он открыл, что двое маятниковых часов, висящих на общей опоре, синхронизируются, т.е. их колебания идеально совпадают, а маятники движутся всегда в противоположных направлениях. Это открытие было сделано во время морских испытаний часов, предназначенных для определения долготы. Создание и конструирование маятниковых часов было одним из важнейших достижений Гюйгенса. Оно оказало огромное влияние на технологическое и научное развитие той эпохи и очень сильно увеличило точность определения времени.

В 1658 г., спустя всего лишь два года после получения Гюйгенсом голландского патента на его изобретения, часовой мастер из Утрехта Самюэль Костер построил церковные маятниковые часы и гарантировал недельное отклонение менее восьми минут.



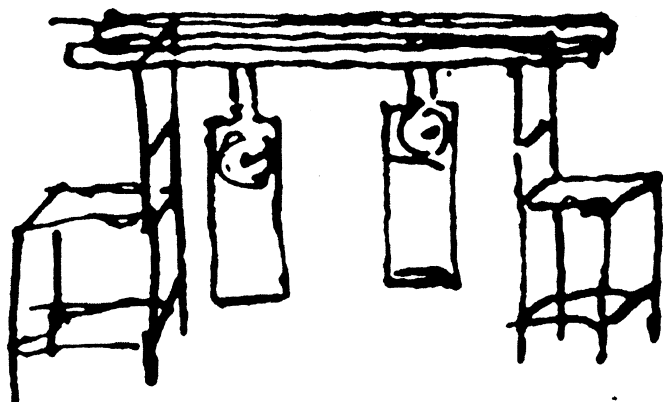
**Христиiaan Гюйгенс** (1629–1695), знаменитый голландский математик, астроном и физик. Среди его основных достижений – открытие первого спутника Сатурна и истинной формы его колец; первая печатная работа об исчислении вероятностей; исследования свойств кривых, формулировка волновой теории света, включая то, что известно сегодня как принцип Гюйгенса. В 1656 г. Христиiaan Гюйгенс запатентовал первые маятниковые часы, изобретение которых сильно увеличило точность измерений времени и помогло ему решить проблему определения долготы. Во время морских испытаний он наблюдал синхронизацию двух таких часов (см. также исторический обзор во введении к английскому переводу его книги [1])

После этого изобретения Гюйгенс продолжил свои усилия по увеличению точности и устойчивости таких часов. Он уделял особое внимание конструированию часов, пригодных для использования на кораблях в открытом море. В трактате *Horologium Oscillatorium (Маятниковые часы, или геометрические демонстрации, касающиеся движения маятников применительно к часам)* [1], в котором он подвёл итоги своим теоретическим и экспериментальным достижениям, Гюйгенс привёл детальное описание таких часов.

Маятник этих часов имел длину 9 дюймов и груз полфунта. Механизм приводился в движение гирями, заключёнными в ящик вместе с механизмом. Длина ящика была 4 фута. Внизу он был отягчён по крайней мере 100 фунтами свинца, чтобы весь механизм возможно лучше сохранил на судне вертикальное положение.

Хотя движение часов в данных экспериментах было постоянным и очень равномерным, мы, тем не менее, предприняли дальнейшие усилия к их усовершенствованию, как описано ниже... результатом была ещё большая точность хода двух часов, чем ранее.

Более того, Гюйгенс кратко, но исключительно точно описал своё наблюдение синхронизации:



Оригинальный рисунок Христиаана Гюйгенса, иллюстрирующий его эксперименты с двумя маятниковыми часами, подвешенными к общей балке

...Очень важно отметить, что когда мы подвесили двое таким способом сконструированных часов к одной и той же деревянной балке, оба маятника двигались всегда в противоположные стороны, и колебания так точно совпадали, что никогда ни на сколько не расходились. Тикание обоих часов было слышно в одно и то же мгновение. Если это совпадение искусственно нарушалось, то оно само восстанавливалось в короткое время. Сначала я был поражён этим странным явлением, но, наконец, после внимательного исследования нашёл, что причина лежит в незаметном движении самой балки. Колебания маятника сообщают некоторое движение и самим часам, как бы тяжелы они ни были. А это движение передаётся балке, и, если маятники сами не двигались в противоположных направлениях, то теперь это произойдёт с необходимостью, и только тогда движение балки прекратится. Но эта причина не была бы достаточно эффективна, если бы ход обоих часов не был с самого начала очень однороден и согласован между собой.

Первое упоминание об этом открытии может быть найдено в письме Гюйгенса к отцу от 26 февраля 1665 г., перепечатанном в собрании его трудов. Как следует из этого письма, обнаружение синхронизации было сделано в то время, когда Гюйгенс был болен и вынужден был оставаться несколько дней в постели, наблюдая двое часов, висящих на стене. После этого наблюдения он поставил следующий опыт. Положив балку на спинки двух стульев, он подвесил на неё двое часов (см. рис.). Закрывая экраном одни часы от других, он убедился, что причиной синхронизации является не движение воздуха, вызванное колебаниями маятников, а незаметная для глаз вибрация балки. Интересно, что в своём описании открытия этого явления, Гюйгенс писал о «симпатии часов» (*le phénomène de la sympathie, sympathie des horloges*).





**Сэр Джон Вильям Стретт, лорд Рэлей** (1842–1919). Он учился в Тринити-Колледже Кембриджского университета и окончил его в 1864 г. Его первая статья 1865 года была посвящена электромагнитной теории Максвелла. Стретт работал над проблемой распространения звука и во время путешествия в Египет, предпринятого для улучшения здоровья, он написал *Трактат о звуке* (1870–1871). В 1879 г. он написал работу о бегущих волнах; из этой теории впоследствии выросла теория солитонов. Его теория рассеяния (1871) была первым правильным ответом на вопрос, почему небо голубое. В 1873 г. Стретт получил титул барона Рэлей. С 1879 по 1884 год он занимал должность профессора экспериментальной физики в Кембридже; был вторым после Максвелла, кто занимал эту должность, носящую имя Кавендиша. В 1884 г. он стал секретарем Королевского Общества. В 1895 г. Рэлей открыл инертный газ аргон – эта работа принесла ему в 1904 г. Нобелевскую премию.

Таким образом, Гюйгенс не только привёл точное описание, но также дал изумительное качественное объяснение эффекта *взаимной синхронизации*; он правильно понял, что согласованность ритмов двух часов была вызвана недоступными восприятию движениями балки. В современной терминологии это означает, что часы синхронизовались в противофазе за счёт *связи* через балку.

В середине девятнадцатого столетия, в знаменитом труде «Теория звука» [2], Джон Вильям Стретт, он же лорд Рэлей следующим образом описал интересное явление синхронизации в акустической системе:

Когда две органннне трубы с одинаковой высотой звука расположены рядом, возникают последствия, которые изредка приводят к практическим проблемам. В экстремальных случаях трубы могут заставить друг друга почти замолчать. Даже если взаимное влияние не столь сильно, оно может, тем не менее, быть причиной того, что трубы будут звучать абсолютно в унисон, несмотря на неизбежные малые различия.

Итак, Рэлей не только наблюдал взаимную синхронизацию, когда различные, но схожие, органнне трубы, начинают звучать в унисон, но также и эффект *гашения* (вымирания) колебаний, ко-

гда связь приводит к подавлению колебаний во взаимодействующих системах.

Синхронизация в живых системах также известна уже несколько веков. В 1729 г. Жан-Жак Дорту де Мэран, французский астроном и математик, позднее – секретарь Королевской Академии наук в Париже, сообщил о результатах своих экспериментов с фасолью. Он заметил, что листья этого растения поднимаются и опускаются в соответствии со сменой дня и ночи. Сделав это наблюдение, де Мэран поместил фасоль в темную комнату и обнаружил, что движение листьев продолжается и без изменения освещённости окружающей среды. С тех пор подобные и значительно более сложные эксперименты были повторены в разных лабораториях, и теперь уже хорошо известно, что все биологические системы, от простейших до высокоорганизованных, имеют внутренние биологические часы, снабжающие своего «владельца» информацией о смене дня и ночи. Разгадка устройства таких часов до сих пор является захватывающей проблемой, но уже твёрдо установлено, что они могут подстраивать свои циркадные ритмы (от *circa* = примерно и *dies* = день) к внешним сигналам: если такая система полностью изолирована от окружающей среды и содержится в неизменных условиях (постоянная освещённость, температура, давление, параметры электромагнитных полей и т.д.), то их внутренний цикл может существенно отличаться от суточного. В естественных условиях биологические часы подстраивают свои ритмы в соответствии с 24-часовым периодом земных суток.

Сегодня известно, что явление синхронизации очень часто встречается в живых системах. Оно играет важную роль в функционировании организмов и в возникновении различных видов патологии. Изучение синхронизации в биологических системах является одним из важнейших современных направлений исследований [3, 4].

В качестве последнего исторического примера процитируем ещё одного голландца – врача Энгельберта Кэмпфера [5], писавшего после своего путешествия в Сиам в 1680 г.:

Светлячки ... представляют другое зрелище, которое возникает на некотором дереве, как сверкающее облако, при тех удивительных обстоятельствах, что целый рой этих насекомых, завладев одним деревом и распространившись по его ветвям, время от времени прекращают своё свечение и моментом позже заставляют его появиться вновь с высочайшей регулярностью и точностью...

Насколько нам известно, это первое опубликованное описание наблюдения синхронизации в большой популяции колебательных систем.

## ДЕТАЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ И НАЧАЛА ТЕОРИИ

Новый этап в исследовании синхронизации был связан с развитием электро- и радиотехники. 17 февраля 1920 г., В. Экклес и Дж. Винсент подали заявку на британский патент, подтверждающий открытие ими свойства синхронизации триодного генератора – довольно простого электрического устройства, основанного на вакуумной радиолампе и предназначенного для генерации переменного тока.



**Сэр Эдуард Виктор Эпплтон** (1892–1965). Получив образование в Кембриджском университете, он начал исследовательскую деятельность в Кавендишской Лаборатории под руководством В.Л. Брэгга. Во время первой мировой войны он заинтересовался электронными лампами и беспроводной передачей сигналов, что повлияло на всю его дальнейшую научную карьеру. Он вернулся в Кавендишскую Лабораторию в 1919 г., продолжая работать над лампами, и совместно с Б. Ван-дер-Полем над нелинейными проблемами, а также над атмосфериками. В 1924 г. совместно с М.Ф. Барнеттом он провёл решающий эксперимент, который позво-

лил определить и измерить отражающий слой в атмосфере. В 1936 г. возглавил кафедру естественной философии в Кембридже, где продолжал исследования ионосферных явлений. За исследования ионосферы был награждён Нобелевской премией по физике 1947 года

Частота колебаний тока определялась параметрами схемы, например, ёмкостью. В своих экспериментах, Экклес и Винсент связали два генератора со слегка различными частотами и продемонстрировали, что связь вынуждает системы осциллировать на общей частоте. Несколькими годами позже Эдуард Эпплтон и Балтазар Ван-дер-Поль повторили и расширили эксперименты Экклеса и Винсента и сделали первый шаг в развитии теории этого эффекта [6, 7]. Рассмотрев простейший случай, они показали, что частота генератора может быть захвачена, или синхронизована, слабым внешним сигналом несколько другой частоты. Эти исследования имели огромное прикладное значение, так как триодные генераторы стали базовым элементом систем радиосвязи.

**Балтазар Ван-дер-Поль** (1889–1959) изучал физику и математику в Утрехте, а затем отправился в Англию, где провёл несколько лет, работая в Кавендишской Лаборатории в Кембридже. Там он встретился с Э. Эпплтоном, и они начали совместные исследования в области радиофизики. В 1919 г. Ван-дер-Поль вернулся в Голландию, где в 1920 г. получил докторскую степень Утрехтского университета. В 1922 г. он принял предложение от компании Филипс и начал работать в исследовательской лаборатории Филипс в Эйнховене, где вскоре стал директором по фундаментальным исследованиям в области радио. Ван-дер-Поль приобрёл международную репутацию своими пионерскими работами по распространению радиоволн и по нелинейным колебаниям. Его исследования колебаний в контуре с триодом привели к выводу уравнения Ван-дер-Поля – одной из основных моделей теории колебаний и нелинейной динамики. Совместно с Ван-дер-Марком он первым применил теорию колебаний к физиологическим системам. Их работа по моделированию сердца человека тремя связанными релаксационными системами остаётся шедевром биологической физики



Явление синхронизации использовалось для стабилизации частоты мощного генератора с помощью маломощного, но зато очень точного.

## **РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ АНДРОНОВЫМ И ВИТТОМ**

Теоретическое рассмотрение Эпплтона и Ван-дер-Поля было поставлено на строгий базис теории нелинейных колебаний А.А. Андроновым и А.А. Виттом. В двух работах [8, 9] они провели детальный анализ задачи о захватывании. Основные результаты этих работ сформулированы Андроновым и Виттом следующим образом:

1. Всегда существует область захватывания, как бы ни была мала амплитуда внешней периодической силы. Другими словами, не существует порога захватывания.

В области захватывания единственным устойчивым решением является устойчивое, чисто периодическое решение с периодом, равным периоду внешней силы. При достаточно малых амплитудах



**Александр Александрович Андронов** (1901–1952, слева) и **Александр Адольфович Витт** (1902–1938, справа) учились вместе в Московском Университете и начали научную деятельность в области теории колебаний под руководством Л.И. Мандельштама. Их продолжавшееся около десяти лет плодотворное сотрудничество привело к появлению ряда основополагающих работ в теории нелинейных колебаний, подытоженных в написанной совместно с С.Э. Хайкиным монографии «Теория колебаний». Совместная научная работа прервалась в результате ареста и гибели А.А. Витта в сталинском ГУЛАГе

литудах внешней силы эта область соответствует одновременно существованию трёх особых точек системы уравнений

$$\begin{aligned} dx/d\tau &= -ay + x(1 - r^2), \\ dy/d\tau &= A + ax + y(1 - r^2), \end{aligned}$$

где  $r^2 = x^2 + y^2$ , причём из этих трёх точек устойчива только одна.

2. Вне этой области эти уравнения имеют только одну (неустойчивую) особую точку. Существует предельный цикл, т.е. существует континуум устойчивых квазипериодических решений равной средней энергии.

3. Момент исчезновения устойчивого периодического решения точно совпадает с появлением устойчивых квазипериодических решений, т.е. на границе захватывания не существует затягивания.

В заключение мы хотели бы ещё подчеркнуть следующее. Теория Ван-дер-Поля исходит из некоторого приближённого подхода, который также лежит в основе приведённых выше рассмотрений. Ответ на вопрос о том, в каких случаях этот подход



является оправданным и до какой степени, стал возможен только с использованием современных качественных методов анализа первоначальных дифференциальных уравнений, сводящих эти уравнения к отображению окружности в себя. Этот анализ, в частности, показал, что при больших амплитудах внешней силы возможно возникновение хаотической динамики.

За время, прошедшее после работ Витта и Андронова, множество интересных явлений синхронизации было обнаружено и описано в литературе. Значительный вклад в дальнейшее развитие теории синхронизации внесли коллеги и ученики А.А. Витта и А.А. Андронова: Л.И. Мандельштам и Н.Д. Папалекси, А.Г. Майер, В.И. Гапонов, К.Ф. Теодорчик и др., а также Р.Л. Стратонович [11], А.Н. Малахов [12], И.И. Блехман [13, 14], П.С. Ланда [15] и др.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Гюйгенс Х.* Три мемуара по механике. М.: Изд-во АН СССР, 1951. Англ. изд.: *The pendulum clock.* Ames: Iowa State Univ. press, 1986, 182 p.
2. *Рэлей Д.В. (Смрем).* Теория звука. М.: Гостехтеоретиздат, 1955, 499 с.
3. *Glass L.* Synchronization and rhythmic process in physiology // *Nature.* 2001. Vol. 410. P. 277–284.
4. *Pikovsky A.S., Rosenblum M.G., Kurths J.* Synchronization: A universal concept in nonlinear sciences. Cambridge, 2001, 411 p.
5. *Kaempfer E.* The history of Japan: (With a Description of the Kingdom of Siam). London: Sloane, 1727. Posthumous translation; or reprint: Glasgow: McLehose, 1906. 3 vol. (V. 1, 356 p.; V. 2, 392 p.; V. 3, 385 p.).
6. *Appleton E.V.* The automatic synchronization of triode oscillator // *Proc. Cambridge Philos. Soc. Math. and Phys. Sci.*, 1922. Vol. 21. P. 231–248.
7. *Van der Pol B.* Forced oscillations in a circuit with non-linear resistance: (Reception with reactive triode) // *Philos. Mag.*, 1927. Vol. 3. P. 64–80.
8. *Андронов А.А., Витт А.А.* К математической теории захватывания // *Журн. прикл. физики.* 1930. Т. 4, № 3. (Перепеч.: Андронов А.А. Собр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 70–84.)
9. *Andronow A.A., Witt A.A.* Zur Theorie des Mitnehmens von van der Pol // *Arch. Elektrotechn.* 1930. Bd. 24. Рус. пер.: *Андронов А.А.* Собр. тр. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 51–64.
10. *Стратонович Р.Л.* Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1961, 557 с.
11. *Малахов А.Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968, 557 с.
12. *Блехман И.И.* Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971, 894 с.
13. *Блехман И.И.* Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981, 352 с.
14. *Ланда П.С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980, 360 с.