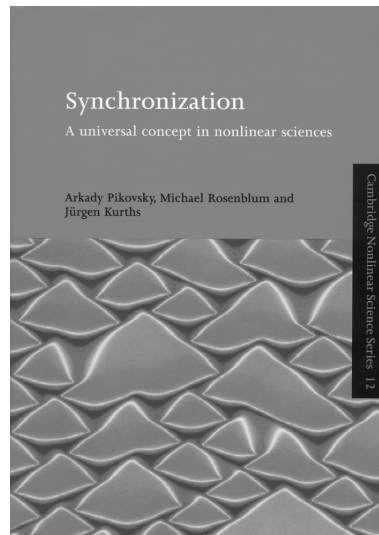


Синхронизация

Фундаментальное нелинейное явление

Аркадий Пиковский, Михаил Розенблюм, Юрген Куртс
Институт физики, Потсдамский университет, Германия



Явление синхронизации широко распространено в науке, технике и обществе. Тенденция к синхронному поведению наблюдается в столь различных системах как часы, лазеры, стрекочущие сверчки, пейсмекеры сердца, нейроны, электронные генераторы и аплодирующие зрители. Такие эффекты универсальны; их можно объяснить в рамках единого подхода, основанного на современных достижениях нелинейной динамики.

Первая часть книги описывает синхронизацию без формул, на качественном уровне. Основные эффекты проиллюстрированы экспериментальными примерами и рисунками; представлена история исследований в этой области. Во второй и третьей частях на строгом уровне излагаются как классические результаты по синхронизации периодических автоколебаний, так и последние достижения в исследовании хаотических систем, больших ансамблей и колебательных сред. Монография адресована широкой аудитории – от студентов до квалифицированных исследователей в области физики, прикладной математики, инженерных и естественных наук.

Оглавление

Предисловие	11
Часть I: Синхронизация без формул	
Глава 1 Введение	19
1.1 Синхронизация в исторической перспективе	19
1.2 Синхронизация: краткое описание явления	27
1.2.1 Что такое синхронизация?	28
1.2.2 Что не является синхронизацией?	36
1.3 Синхронизация: обзор различных случаев	40
1.3.1 Терминологические замечания	46
1.4 Основная библиография	47
Глава 2 Основные понятия: автоколебательная система и ее фаза	49
2.1 Автоколебательные системы: математические модели естественных осцилляторов	50
2.1.1 Автоколебательные системы типичны в природе	50
2.1.2 Геометрический образ периодических автоколебаний: предельный цикл	51
2.2 Фаза: определение и свойства	54
2.2.1 Фаза и амплитуда квазилинейного осциллятора	54
2.2.2 Амплитуда устойчива, фаза свободна	56
2.2.3 Общий случай: предельный цикл произвольной формы	57
2.3 Автоколебательная система: основные свойства	59
2.3.1 Диссипация, устойчивость и нелинейность	60

2.3.2	Автономные системы и системы под действием силы: фаза вынужденных колебаний не свободна!.....	63
2.4	Автоколебательные системы: дополнительные примеры и обсуждение.....	65
2.4.1	Типичная автоколебательная система с контуром обратной связи.....	66
2.4.2	Релаксационные автоколебательные системы.....	67
Глава 3	Синхронизация периодических автоколебаний внешней силой.....	72
3.1	Слабое воздействие на квазилинейные автоколебания.....	73
3.1.1	Автономные автоколебания и сила во вращающейся системе координат.....	74
3.1.2	Захват фазы и частоты.....	77
3.1.3	Переход к синхронизации.....	82
3.1.4	Пример: захват частоты дыхания механической вентиляцией.....	85
3.2	Синхронизация внешней силой: более общий подход..	88
3.2.1	Стробоскопический метод.....	89
3.2.2	Пример: периодическая стимуляция светлячка.....	91
3.2.3	Захват последовательностью импульсов.....	93
3.2.4	Синхронизация высшего порядка. Языки Арнольда....	96
3.2.5	Пример: периодическая стимуляция пейсмекерных клеток.....	98
3.2.6	Захват фазы и частоты: общий подход.....	99
3.2.7	Пример: синхронизация лазера.....	101
3.3	Особенности синхронизации релаксационных автоколебаний.....	102
3.3.1	Сброс внешним импульсом. Пример: кардиостимулятор.....	103
3.3.2	Электрическая модель сердца по Ван-дер-Полю и Ван-дер-Марку.....	104
3.3.3	Вариация порога. Пример: электронный релаксационный автогенератор.....	106
3.3.4	Изменение собственной частоты.....	108
3.3.5	Модуляция и синхронизация.....	110
3.3.6	Пример: синхронизация песен сверчков.....	111
3.4	Синхронизация в присутствии шума.....	113
3.4.1	Диффузия фазы в автоколебаниях с шумом.....	113
3.4.2	Автоколебания с шумом и внешней силой. Проскоки фазы.....	114
3.4.3	Пример: захват дыхания при механической вентиляции.....	119
3.4.4	Пример: захват сердечного ритма слабым внешним стимулом.....	119

3.5	Различные примеры	121
3.5.1	Циркадные ритмы	121
3.5.2	Менструальный цикл	124
3.5.3	Захват периодических колебаний уровня инсулина периодическими инъекциями глюкозы	125
3.5.4	Синхронизация плазмодия миксомицета <i>Physarum</i>	126
3.6	Явления, близкие к синхронизации	126
3.6.1	Явления при большой внешней силе	126
3.6.2	Воздействие на возбудимые системы	129
3.6.3	Стохастический резонанс с точки зрения синхронизации	131
3.6.4	Захват нескольких осцилляторов общей силой	135
Глава 4	Синхронизация двух и многих осцилляторов	140
4.1	Взаимная синхронизация автоколебательных систем	141
4.1.1	Два взаимодействующих осциллятора	141
4.1.2	Пример: синхронизация триодных генераторов	144
4.1.3	Пример: частота дыхания и частота взмаха крыльев свободно летящих уток	146
4.1.4	Пример: переход между состояниями с синфазными и противофазными движениями	148
4.1.5	Заключительные замечания и связанные с синхронизацией эффекты	150
4.1.6	Релаксационные осцилляторы. Пример: клетки истинного и латентного водителей ритма синоатриального узла	151
4.1.7	Синхронизация в присутствии шума. Пример: активность мозга и мышц при болезни Паркинсона	153
4.1.8	Синхронизация ротаторов. Пример: контакты Джозефсона	157
4.1.9	Несколько осцилляторов	159
4.2	Цепочки, решетки и колебательные среды	161
4.2.1	Синхронизация в цепочке. Пример: цепочка лазеров	161
4.2.2	Образование кластеров. Пример: электрическая активность кишечника млекопитающих	163
4.2.3	Кластеры и биения в среде: подробное рассмотрение ...	164
4.2.4	Колебательная среда под периодическим воздействием. Пример: воздействие на реакцию Белоусова–Жаботинского	167
4.3	Глобально связанные осцилляторы	170
4.3.1	Самосинхронизация в ансамбле: переход Курамото	170
4.3.2	Пример: синхронизация менструальных циклов	174
4.3.3	Пример: синхронизация гликолитических колебаний в популяции дрожжевых клеток	174



4.3.4	Экспериментальное изучение ритмических аплодисментов	176
4.4	Различные примеры	177
4.4.1	Бег и дыхание у млекопитающих	177
4.4.2	Синхронизация двух осцилляторов «соль–вода»	178
4.4.3	Захват колебаний тубулярного давления в нефронах ...	179
4.4.4	Клеточные популяции	179
4.4.5	Синхронизация колебаний систем хищник–жертва	180
4.4.6	Синхронизация в нейронных системах	181
Глава 5	Синхронизация хаотических систем	184
5.1	Хаотические колебания	184
5.1.1	Пример: модель Лоренца	185
5.1.2	Чувствительность к начальным условиям	187
5.2	Фазовая синхронизация хаотических автоколебаний ..	190
5.2.1	Фаза и средняя частота хаотических автоколебаний ...	190
5.2.2	Захват частоты внешней силой. Пример: хаотический разряд в газе	193
5.3	Полная синхронизация хаотических систем	197
5.3.1	Полная синхронизация идентичных систем. Пример: синхронизация двух лазеров	197
5.3.2	Синхронизация неидентичных систем	199
5.3.3	Полная синхронизация в общем контексте. Пример: синхронизация и кластеры в глобально связанных электрохимических осцилляторах	200
5.3.4	Синхронизация путем подавления хаоса	202
Глава 6	Экспериментальное исследование синхронизации	204
6.1	Оценка фазы и частоты по сигналу	204
6.1.1	Фаза импульсной последовательности. Пример: электрокардиограмма	205
6.1.2	Фаза узкополосного сигнала. Пример: дыхание	206
6.1.3	Несколько практических замечаний	207
6.2	Анализ данных в «активном» и «пассивном» эксперименте	208
6.2.1	«Активный» эксперимент	208
6.2.2	«Пассивный» эксперимент	209
6.3	Анализ взаимоотношения между фазами	212
6.3.1	Непосредственный анализ разности фаз. Пример: регуляция позы человека	213
6.3.2	Высокий уровень шума	216
6.3.3	Стробоскопический метод	217

6.3.4	Фазовый стробоскоп в случае $n\Omega_1 \approx m\Omega_2$. Пример: взаимодействие сердечно-сосудистой и дыхательной систем	218
6.3.5	Фазовые соотношения при сильной модуляции. Пример: генерация потенциалов действия электрорецепторами веслоноса	221
6.4	Заключение и библиографические заметки	223
6.4.1	Несколько заметок о «пассивных» экспериментах	223
6.4.2	Количественное оценивание фазовых соотношений и его статистическая значимость	226
6.4.3	Некоторые полезные ссылки	227

Часть II: Захват фазы и частоты

Глава 7	Синхронизация периодических автоколебаний периодическим внешним воздействием	231
7.1	Фазовая динамика	232
7.1.1	Предельный цикл и фаза автоколебаний	232
7.1.2	Малые возмущения и изохроны	234
7.1.3	Пример: уравнение для комплексной амплитуды	236
7.1.4	Уравнение фазовой динамики	238
7.1.5	Пример: неавтономное уравнение для комплексной амплитуды	239
7.1.6	Медленная динамика фазы	240
7.1.7	Медленная динамика фазы: захват фазы и область синхронизации	242
7.1.8	Итоги рассмотрения фазовой динамики	245
7.2	Слабо нелинейные автоколебания	248
7.2.1	Амплитудное уравнение	248
7.2.2	Свойства синхронизации: изохронный случай	252
7.2.3	Свойства синхронизации в случае неизохронных автоколебаний	258
7.3	Отображения окружности и кольца	260
7.3.1	Отображение окружности: вывод и примеры	261
7.3.2	Свойства отображения окружности	265
7.3.3	Отображение кольца	273
7.3.4	Большая сила и переход к хаосу	276
7.4	Синхронизация ротаторов и контактов Джозефсона	279
7.4.1	Динамика ротаторов и контактов Джозефсона	279
7.4.2	Передемпфированный ротатор во внешнем поле	281
7.5	Системы фазовой автоподстройки	283
7.6	Библиографические заметки	285



Глава 8	Взаимная синхронизация двух взаимодействующих периодических осцилляторов	286
8.1	Фазовая динамика	287
8.1.1	Усредненные фазовые уравнения	289
8.1.2	Отображение окружности	291
8.2	Слабонелинейные осцилляторы	292
8.2.1	Общие уравнения	292
8.2.2	Вымирание (гашение) колебаний	295
8.2.3	Притягивающее и отталкивающее взаимодействие	296
8.3	Релаксационные колебания	299
8.4	Библиографические заметки	303
Глава 9	Синхронизация в системах с шумом	304
9.1	Автоколебания в присутствии шума	304
9.2	Синхронизация в присутствии шума	306
9.2.1	Качественная картина ланжевеновской динамики	306
9.2.2	Количественное описание в случае белого шума	309
9.2.3	Синхронизация квазигармонической флуктуирующей силой	314
9.2.4	Взаимная синхронизация автоколебаний с шумом	315
9.3	Библиографические заметки	316
Глава 10	Фазовая синхронизация хаотических систем	317
10.1	Фаза хаотического осциллятора	318
10.1.1	Понятие фазы	318
10.1.2	Фазовая динамика хаотических осцилляторов	325
10.2	Синхронизация хаотических осцилляторов	327
10.2.1	Фазовая синхронизация внешней силой	327
10.2.2	Косвенное описание синхронизации	331
10.2.3	Синхронизация в терминах неустойчивых периодических орбит	333
10.2.4	Взаимная синхронизация двух связанных осцилляторов	335
10.3	Библиографические заметки	337
Глава 11	Синхронизация в осциллирующих средах	339
11.1	Цепочки осцилляторов	339
11.2	Непрерывное по пространству распределение фазы	342
11.2.1	Плоские волны и мишени	343
11.2.2	Влияние шума: шероховатость против синхронизации	345
11.3	Слабо нелинейная колебательная среда	348
11.3.1	Комплексное уравнение Гинзбурга–Ландау	348

11.3.2	Внешнее воздействие на колебательную среду.....	352
11.4	Библиографические заметки	354
Глава 12 Ансамбли глобально связанных осцилляторов.....		
		355
12.1	Переход Курамото.....	356
12.2	Осцилляторы с шумом.....	360
12.3	Обобщения.....	364
12.3.1	Модели, основанные на фазовом приближении	364
12.3.2	Глобально связанные слабонелинейные осцилляторы ...	368
12.3.3	Связанные релаксационные осцилляторы.....	369
12.3.4	Связанные контакты Джозефсона.....	370
12.3.5	Эффекты конечности числа элементов ансамбля.....	373
12.3.6	Ансамбль хаотических осцилляторов.....	374
12.4	Библиографические заметки	377
 Часть III: Синхронизация хаотических систем		
 Глава 13 Полная синхронизация I: Основные свойства.....		
		381
13.1	Простейшая модель: два связанных отображения.....	382
13.2	Устойчивость синхронного режима.....	386
13.3	Статистическая теория перехода к синхронизации....	388
13.3.1	Возмущение как случайное блуждание.....	389
13.3.2	Диффузия определяется статистикой локальных по времени ляпуновских показателей.....	390
13.3.3	Модуляционная перемежаемость: степенные распределения.....	392
13.3.4	Модуляционная перемежаемость: корреляционные свойства.....	400
13.4	Переход к синхронизации: геометрическое рассмотрение.....	402
13.4.1	Поперечные бифуркации периодических траекторий....	402
13.4.2	Слабая и сильная синхронизация.....	404
13.4.3	Локальный и глобальный ридлинг.....	407
13.5	Библиографические заметки	409
 Глава 14 Полная синхронизация II: обобщения и сложные системы.....		
		410
14.1	Идентичные отображения, связь общего вида.....	410
14.1.1	Однонаправленная связь.....	412

14.1.2	Асимметричная локальная связь.....	414
14.1.3	Глобальная связь (через среднее поле)	414
14.2	Системы с непрерывным временем.....	416
14.3	Распределенные системы.....	418
14.3.1	Пространственно однородный хаос.....	419
14.3.2	Поперечная синхронизация пространственно- временного хаоса	420
14.3.3	Синхронизация в связанных клеточных автоматах.....	423
14.4	Синхронизация как симметричное состояние общего вида	424
14.4.1	Копированные системы	425
14.5	Библиографические заметки	427
Глава 15	Синхронизация сложной динамики внеш- ним воздействием.....	429
15.1	Синхронизация периодической силой.....	430
15.2	Синхронизация шумовым воздействием.....	432
15.2.1	Периодические колебания под действием шума.....	433
15.2.2	Синхронизация хаотических колебаний внешним шумом	436
15.3	Синхронизация хаотических колебаний хаотической силой.....	437
15.3.1	Полная синхронизация.....	437
15.3.2	Обобщенная синхронизация	438
15.3.3	Обобщенная синхронизация квазипериодической силой	444
15.4	Библиографические заметки	445
Приложения		
П1	Открытие синхронизации Христиааном Гюйгенсом	447
П1.1	Письмо Христиаана Гюйгенса его отцу, Константину Гюйгенсу	447
П1.2	Морские часы (симпатия часов). Часть V	448
П2	Мгновенные фаза и частота сигнала.....	453
П2.1	Аналитический сигнал и преобразование Гильберта ..	453
П2.2	Примеры	454
П2.3	Численные проблемы и практические рекомендации .	459
П2.4	Вычисление мгновенной частоты	461
	Список литературы	465
	Предметный указатель	503

<i>Моему отцу Самуилу</i>	<i>АП</i>
<i>Соне</i>	<i>МР</i>
<i>Моему отцу Герберту</i>	<i>ЮК</i>

Предисловие

Предисловие к русскому изданию

Мы рады, что наша книга выходит в свет на родном для нас языке и становится доступной русскоязычному читателю. Мы взяли за перевод по совету ряда наших друзей и коллег, которые, ознакомившись с английским изданием, сочли, что книга была бы полезной для широкого круга читателей – студентов, аспирантов, научных работников разных специальностей – в странах СНГ. Мы благодарим Ю. А. Данилова и Л. Ф. Соловейчика, непосредственно подтолкнувших нас к работе над переводом. Мы хотели бы выразить свою особую признательность Е. М. Розенблюму и С. А. Розенблюм за неоценимую помощь в наборе и корректуре русского текста.

А. С. Пиковский, М. Г. Розенблюм

Предисловие к английскому изданию

Слово «синхронный» часто встречается как в научной, так и в быденной речи. Происходя от греческих слов *χρόνος* (*хронос* – время) и *σύν* (*син* – тот же самый, общий), в прямом переводе «синхронный»

означает «разделяющий общее время», «происходящий в то же самое время». Этот термин, как и родственные слова «синхронизация» и «синхронизованный», относится ко множеству явлений, встречающихся почти во всех областях естественных наук, техники и социальной жизни, явлений, которые кажутся совершенно различными, но, тем не менее, подчиняются универсальным закономерностям.

Если в какой-либо научной базе данных ввести запрос на поиск статей, содержащих в заголовке слово с корнем «синхро», то мы получим список из сотен (если не тысяч) публикаций. Изначально эффект синхронизации был обнаружен и изучен в различных устройствах, от маятниковых часов до музыкальных инструментов, электронных генераторов, силовых электрических установок и лазеров; ему было найдено множество практических применений в инженерном деле. В наши дни «центр тяжести» исследований сместился в сторону изучения биологических систем, где синхронизация встречается на самом различном уровне. Синхронное изменение клеточных ядер, синхронная генерация потенциалов действия нейронами, подстройка сердечного ритма к дыханию и/или локомоторным ритмам, различные формы коллективного поведения насекомых, животных и даже человеческих сообществ – все это лишь некоторые примеры фундаментального явления природы, которое и является предметом данной книги.

В нашем окружении сплошь и рядом встречаются осциллирующие объекты. Системы радиосвязи и электрическое оборудование, скрипки в оркестре, светлячки, испускающие последовательности световых импульсов, стрекочущие сверчки, птицы, машущие крыльями, химические системы, демонстрирующие колебательное изменение концентрации реагентов, нервные центры, управляющие сокращением сердца человека, и само сердце, центр патологической активности, вызывающей непроизвольное дрожание конечностей вследствие болезни Паркинсона, – эти и многие другие системы имеют общее свойство: они генерируют ритмы. Обычно эти объекты не отделены от своего окружения, а, наоборот, взаимодействуют с другими объектами; иными словами, они являются открытыми системами. Действительно, биологические часы, управляющие ритмами суточной активности (циркадными ритмами), подвержены влиянию суточного и сезонного изменения освещенности и температуры, скрипач слышит своего коллегу по оркестру, на светлячка воздействует световое излучение всей популяции, различные центры ритмической активности мозга воздействуют друг на друга, и так далее. Такое

взаимодействие может быть очень слабым, иногда едва заметным, но, тем не менее, оно часто приводит к качественному изменению состояния: объект подстраивает свой ритм, согласуя его с ритмами других объектов. В результате, скрипачи играют в унисон, насекомые в популяции генерируют световые или акустические импульсы с общей частотой, птицы в стае одновременно машут крыльями, сердце быстро галопирующей лошади сокращается один раз за каждый локомоторный цикл.

Такая подстройка ритмов за счет взаимодействия и является сущностью синхронизации, явления, которое систематически исследуется в этой книге.

Книга рассчитана на широкую аудиторию: физиков, химиков, биологов, инженеров, а также на других специалистов, занимающихся исследованиями на стыке различных областей,¹ она рассчитана как на теоретиков, так и на экспериментаторов. Поэтому изложение экспериментальных фактов, основных принципов и математических методов в разных главах неоднородно, и иногда повторяется. Разнообразие предполагаемой аудитории отражено в структуре книги.

Первая часть книги, «Синхронизация без формул», рассчитана на читателя с минимальной математической подготовкой (знание математического анализа не требуется), по крайней мере, книга писалась с таким намерением. Хотя часть I практически не содержит уравнений, в ней описываются и объясняются на качественном уровне все основные идеи и эффекты.² Здесь мы иллюстрируем синхронизацию экспериментами и наблюдениями из различных областей. Часть I может быть пропущена физиками-теоретиками, специалистами в нелинейной динамике, или же она может быть использована как источник примеров и приложений.

Части II и III охватывают тот же круг идей, но на уровне количественного описания; предполагается, что читатель этих частей знаком с основами нелинейной динамики. Мы надеемся, что основная часть материала будет понятна студентам старших курсов. В этих частях мы приводим обзор классических результатов по синхронизации периодических осцилляторов, как без учета, так и с учетом влияния шумов; рассматриваем явление синхронизации в ан-

¹ Так как авторы – физики, то акцент неизбежно делается на физическом подходе к описанию естественных явлений.

² Для упрощения изложения мы опускаем в первой части ссылки на оригинальные работы, где эти идеи были высказаны; ссылки могут быть найдены в библиографическом разделе Введения, а также в библиографических заметках к частям II и III.

самблях осцилляторов и в распределенных системах; представляем различные эффекты взаимодействия хаотических систем; приводим обширную библиографию.

Мы надеемся, что эта книга заполнит пробел в литературе. Действительно, хотя почти каждая книга по теории колебаний (или, в современных терминах, по нелинейной динамике) рассматривает синхронизацию в числе других нелинейных эффектов, только монографии И. И. Блехмана [1971; 1981], написанные в «дохаотическую» эру, специально посвящены этой теме. В них главным образом рассматриваются механические и электромеханические системы, но они также содержат подробный обзор теории, природных явлений и приложений в различных областях. При написании нашей книги мы пытались совместить описание классической теории с детальным обзором недавних результатов, делая упор на междисциплинарные приложения.

Благодарности

В процессе исследований по синхронизации мы с радостью сотрудничали и обсуждали результаты с В. С. Афраймовичем, В. С. Анищенко, В. Blasius, И. И. Блехманом, Н. Chaté, U. Feudel, P. Glendinning, P. Grassberger, C. Grebogi, J. Hudson, С. П. Кузнецовым, П. С. Ланда, А. Lichtenberg, R. Livi, Ph. Marcq, Ю. Майстренко, E. Mosekilde, F. Moss, А. Б. Нейманом, Г. В. Осиповым, Е.-Н. Park, U. Parlitz, K. Piragas, А. Politi, А. Поповичем, R. Roy, O. Rudzick, S. Ruffo, Н. Ф. Рульковым, С. Schäfer, L. Schimansky-Geier, L. Stone, Н. Swinney, P. Tass, E. Toledo и А. А. Заикиным.

Мы высоко ценим комментарии А. А. Непомнящего, А. А. Пиковского, А. Politi и С. Ziehmann, которые частично прочли рукопись.

О. Футер, Н. Б. Игошева и R. Mrowka терпеливо отвечали на наши многочисленные вопросы, касающиеся медицинских и биологических проблем.

Мы хотели бы выразить свою особую благодарность Михаилу Александровичу Заксу, который поддерживал нас на всех стадиях реализации этого проекта.

Мы также благодарим Philips International B.V., Company Archives (Эйндховен, Нидерланды) за присланные фотографии и биографию Балтазара Ван-дер-Поля и А. Kurths за ее помощь в подготовке библиографии.

В заключение мы хотим отметить доброжелательное отношение сотрудников Cambridge University Press. Мы в особенности благодарны S. Carpin за его поддержку и терпение и F. Chapman за ее

превосходную работу по улучшению рукописи.

Интернет-страничка книги

Мы просим всех, кто желает высказать свои комментарии по поводу книги, прислать электронную почту по адресам:

pikovsky@stat.physik.uni-potsdam.de;

mros@agnld.uni-potsdam.de;

jkurths@agnld.uni-potsdam.de.

Все опечатки и ошибки будут отмечены на интернет-страничке (URL: <http://www.agnld.uni-potsdam.de/~syn-book/>).

